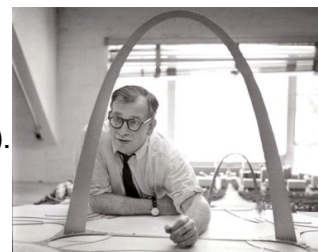


CAP À L'OUEST! ***



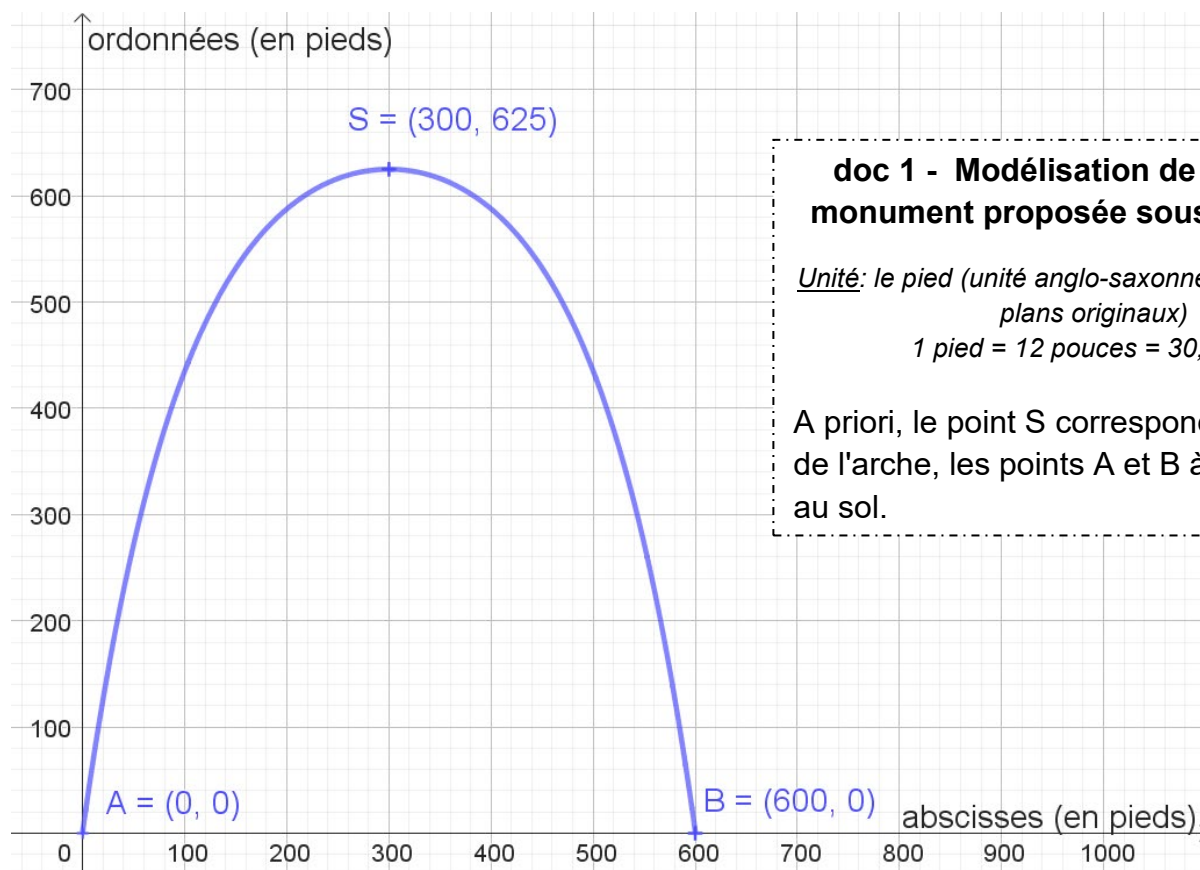
La **Gateway Arch** située à Saint Louis (USA) est un monument évoquant la conquête de l'Ouest Américain. Conçue par l'architecte/designer Eero Saarinen, faite d'acier inoxydable, sa construction s'acheva en 1965.

Elle reste à ce jour la plus grande arche au monde (et se visite!).



Problématique: afin de les sensibiliser sur le lien entre maths et architecture (et de les tester un peu!), un prof de maths met ses nouveaux étudiants de BTS au défi de modéliser l'allure du monument ($\approx$ son "axe central") par une courbe mathématique. L'un d'entre eux a trouvé une illustration issue de Geogebra (doc 1 ci-dessous) mais malheureusement sans l'équation de la courbe.

Quelle équation pourrait-il proposer pour cette courbe ?



doc 1 - Modélisation de l'allure du monument proposée sous Geogebra.

Unité: le pied (unité anglo-saxonne figurant sur les plans originaux)

1 pied = 12 pouces = 30,48 cm

A priori, le point S correspond au sommet de l'arche, les points A et B à ses appuis au sol.

[illegible]

☐ d' une fonction linéaire	☐ d'une fonction affine
☐ d'une fonction du second degré (<i>parabole</i>)	☐ d'une fonction inverse (<i>hyperbole</i>)

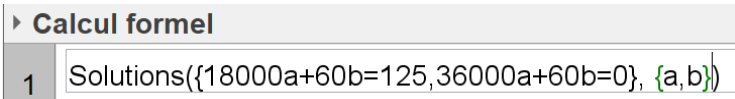
$\square y = \frac{a}{x}$ avec a coefficient réel	$\square y = ax^2 + bx + c$ avec a, b, c coefficients réels
$\square y = ax$ avec a coefficient réel	$\square y = ax + b$ avec a et b coefficients réels

Appeler le professeur pour faire vérifier vos réponses.

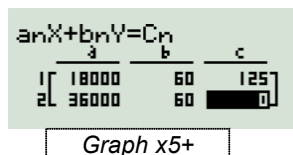
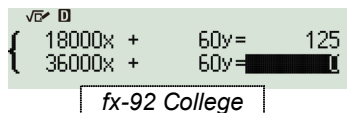
$$\text{point A} \rightarrow c = 0 \qquad \text{point S} \rightarrow 18\,000a + 60b = 125 \qquad \text{point B} \rightarrow 36\,000a + 60b = 0$$
[illegible]

Options possibles: ❶ "à la main" = le plus rapide !

② Geogebra et le calcul formel peuvent nous aider (attention à la syntaxe!)

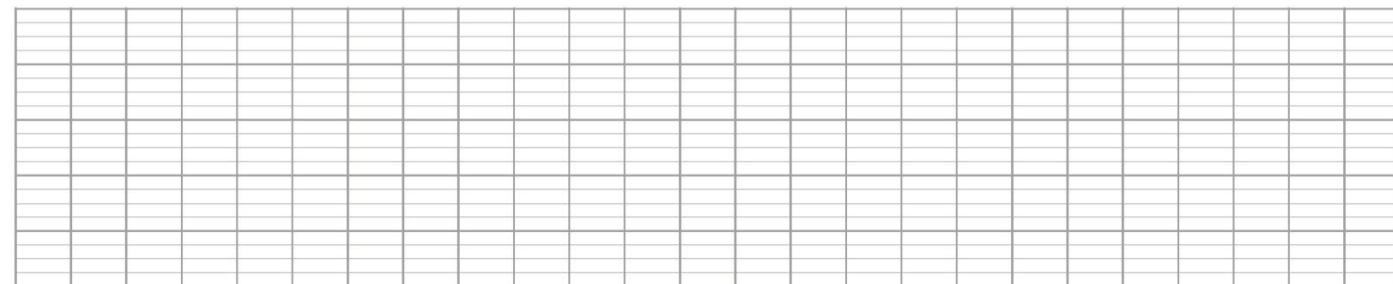
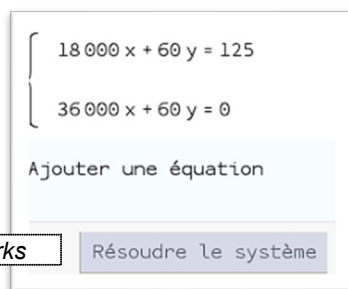


③ pas de Geogebra ? La calculatrice et le mode EQUA sont là (à condition de changer les inconnues en x et y: on a alors $18000x+60y=125$ et $36000x+60y=0$).

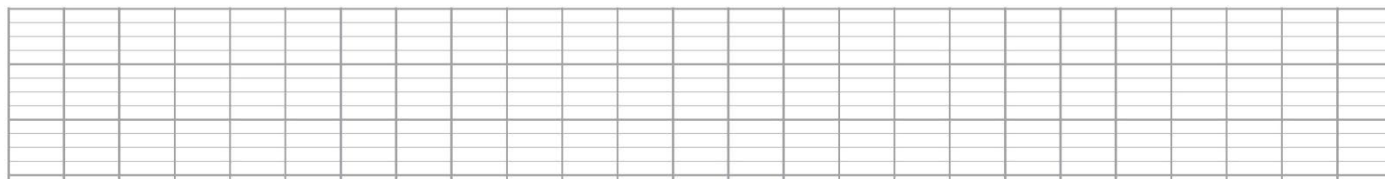


Numworks

Résoudre le système



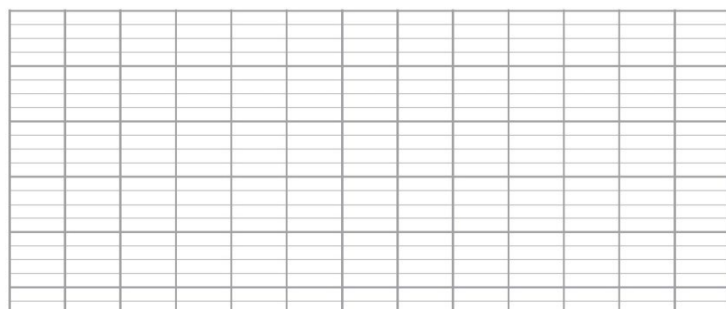
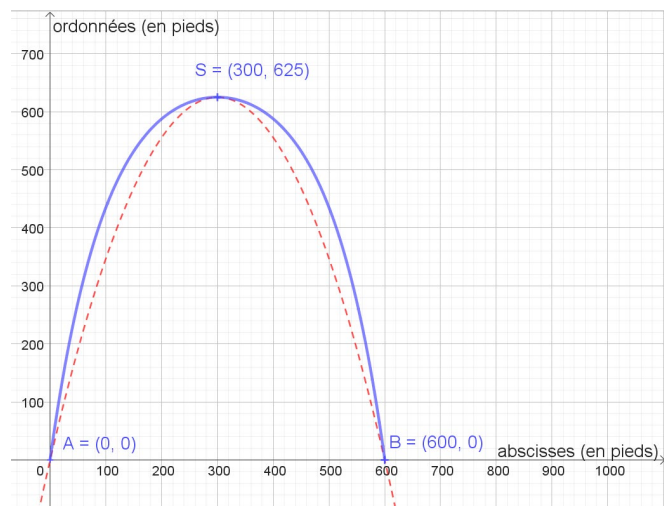
2.3. Répondre à la problématique.



3. Vérification / Validation

Dans le fichier Geogebra fourni (ou le cas échéant sur la calculatrice graphique), **tracer** la représentation de la courbe trouvée.

Vérifier si celle-ci correspond à l'allure de la courbe du doc 1.



4. Bilan



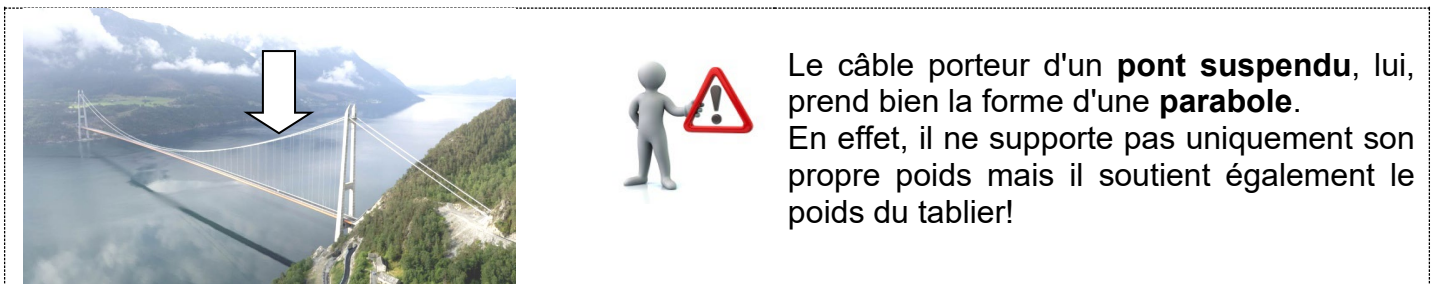
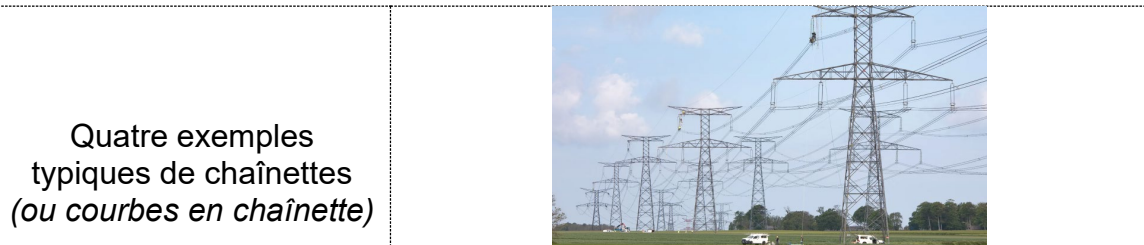
L'hypothèse faite en 1.1 et 1.2 quant à l'allure de la courbe n'était visiblement pas la bonne. Il ne s'agit pas ici d'une parabole ! **Il faut donc se méfier**: certaines courbes ont des allures "voisines" mais des équations tout à fait différentes.

5- Compléments pour aller plus loin.

L'architecte Eero Saarinen a délibérément conçu ce monument en s'inspirant d'une **chaînette** (inversée) plutôt que d'une parabole.

Mais qu'est-ce que c'est, en maths et en architecture, une chaînette ?

Une chaînette (ou *catenary* en anglais) est une courbe qui correspond à la forme prise par une chaîne ou un câble (ou un caténaire -câble électrique des trains/tramways-... qui se dit *catenary* en anglais) fixé(e) à ses deux extrémités et qui pend sous l'effet de son propre poids uniquement.



Avant le XVII^e siècle (et Galilée), la chaînette était pour ainsi dire inconnue (alors que la parabole est connue depuis plus de deux mille ans!).

L'équation de cette courbe fait intervenir la fonction exponentielle de base e (et peut aussi se traduire en une fonction appelée *cosinus hyperbolique* noté $\cosh()$)

$$\text{soit } y = \frac{a}{2} \times \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = a \times \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$

Tester sur Geogebra (ou la calculatrice) en saisissant: $y = 693,86 - 34,36 \left(e^{\frac{x-300}{100}} + e^{-\frac{x-300}{100}} \right)$